プラズマ物理学 I　講義メモ (第 2 回)

(担当: P 研　渡邉智彦; 2014.5.12 作成; 2014.6.18 改訂)

2　プラズマの基本概念

2.1　分布関数

プラズマの状態を記述する 1 体速度分布関数 $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t)$ を考える．プラズマが熱平衡状態に近い場合,

$$f = C \exp(-\varepsilon/T) \tag{1}$$

が良い近似となる．ここで ε は運動エネルギーとポテンシャルエネルギーからなる粒子の全エネルギー, T は Boltzmann 定数を含めた温度を表す．比例係数 C は, $\int_{-\infty}^{+\infty} f dv$ が (これを f の 0 次モーメントと呼ぶ) 数密度 n を与えるように規格化されている．Maxwell 分布

$$f(v) = n \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp(-mv^2/2T) \tag{2}$$

の場合, $C = n(m/2\pi T)^{3/2}$．ここで m は粒子の質量を意味する．粒子の平均速度が 0 の時, f の 2 次モーメント $\int_{-\infty}^{+\infty} v^2 f dv$ $(\equiv 2K)$ は温度と $K = (3/2)nT$ として関連づけられる．

2.2　Debye 遮へい

プラズマ中にテスト電荷を置いた場合や, 大きさの無視できる電極により静電ポテンシャルを印加した場合を仮想的に考える．電子の速い運動により, 加えられたポテンシャル揺動は遮へいされるだろう．しかし電子温度が有限な場合, その遮へいは完全でなく, 有限の空間スケール長の分だけポテンシャルがプラズマ中にしみ込んでくる．そのスケールを Debye 長とよぶ．電子分布を Boltzmann 分布とし, $|e\phi| \ll T$ となる弱い揺動が加えられている時 (ここで e は素電荷), Poisson 方程式と組み合わせて, Debye 長は

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 T}{ne^2} \right)^{1/2} \tag{3}$$

となることが分かる (ϵ_0 は真空の誘電率)．ここで, 電子に比べ大きな質量をもつイオンは静止し, 均一な分布を持っているとした．これらから, プラズマ中に置かれたテスト電荷 q_T の周りのポテンシャル分布は,

$$\phi(r) = \frac{q_T}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D} \right) \tag{4}$$

となることが導かれる．

2.3 プラズマ・パラメータ

一辺 λ_D の立方体中にある電子の数は, $n\lambda_D^3$ で表され, これをプラズマ・パラメータと呼ぶ. プラズマ・パラメータ (しばしば記号 $\Lambda \equiv n\lambda_D^3$ を用いて表される) は, プラズマの基本的な特性と関連して多くの局面で現れる. 例えば, 粒子の運動エネルギーと粒子間の Coulomb 相互作用エネルギーとの比を計算すると, ほぼ Λ で与えられる, また, 後述するプラズマ振動数と電子-電子衝突周波数の比も同程度となる. 典型的なプラズマである条件は, $\Lambda \gg 1$ である (そうでなければ, Debye 遮へいという集団現象は起こりえない). 例として太陽風プラズマ (密度 $10^7 \mathrm{m}^{-3}$, 温度 10eV) を考えると, $\lambda_D \sim 7.4m$, $\Lambda = n\lambda_D^3 \sim 4 \times 10^9$ となる.

2.4 プラズマ振動

密度一定で静止したイオン分布に対し, 電子密度に揺らぎが生じると, 静電場の時間変動をともなった電子密度分布の振動が生じる. これがプラズマ振動である. ここで $0 \leq x \leq L$ にのみイオンが分布する簡単な 1 次元系を考える. 電子の集団の平衡位置（その場合にイオン分布と一致し, 電場が 0 となる位置）からの変位を δ とおくと, Gauss 則をから求めた電場 $E_x = en\delta/\epsilon_0$ を使って, 電子集団の運動方程式は

$$\frac{d^2\delta}{dt} = -\frac{ne^2}{\epsilon_0 m_e}\delta \tag{5}$$

となる. これから, 電子は平衡位置を中心に, 振動数

$$\omega_p = \left(\frac{ne^2}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2} \tag{6}$$

で単振動をすることが分かる. ω_p をプラズマ振動数と呼ぶ.